195. *Omoituita Mama* V.

福原満洲雄（北大）

元來筆無精ノ上ニ外國語ガ不自由ダカラ、書カウト思ツテ居ルコトガ次第ニ *tamatte* シマフ。其ノ中古イ方カラ忘レテ行ツテ二度ト思ヒ出セナイコトモアラウ、*Omoituita mama* ヲ形式張ラズニ書キ綴ツテ置クノモ無駄デハナカラウ。

— 8 —

最近ノ *Bulletin des sciences mathématiques*

— 1 —

ニ次ノ論文ガ出テ居ル。

I. Marcel Winants, Résolution d'um problème à trois courbes pour certaines équations hyperboliques du second ordre.

II. Marcel Winants, Résolution de quelques nouveaux problèmes pour certaines équations semi-paraboliques du troisième ordre.

III. J. Ważewski, Sur le domaine d'existence des intégrales d'une équation aux dérivées partielle du premier ordre.

又少シ前ニナルガ Zentralblatt ニ次ノ論文ガ紹介サレテ居タ。

IV. J. Perausówna, Sur le domaine d'existence des intégrales de l'équation $p+f(x,y,z)q=g(x,y,z)$ (Ann. Soc. Polon. math., 1934)

V. T. Ważewski, Sur le domaine d'existence des intégrales de l'équation aux dérivées partielles du premier ordre linéaire (Ann. Soc. Polon. math., 1934)

VI. T. Ważewski, Eine Verallgemeinerung des Montelschen Satzes über das Maximalund Minimalintegral auf Systeme von gewöhnlichen Differentialgleichungen (Ann. Soc. Polon. math., 1934)

此等ハ未ダ本物ヲ見テ居ナイカラ、一言シタイ所デハアルが、ココデハ差控ヘテ置ク。

— 9 —

題カラ見テモ IV, V ハ III ト似タモノノヤウニ見エル。III デ問題ニシテヰル方程式ハ、

(1) $$p=f(x, y_1, \cdots, y_n, z, q_1, \cdots, q_n)$$

$$\left(p=\frac{\partial z}{\partial x},\ q_1=\frac{\partial z}{\partial y_1}, \cdots\cdots, q_n=\frac{\partial z}{\partial y_n}\right)$$

デ f ハ二次迄連續ナ偏導函數ヲ持ツト假定シテヰル。$\omega(y_1, \cdots\cdots, y_n)$ ハ與ヘラレタ函數デ、$x=0$ ノトキ $z=\omega(y_1, \cdots\cdots, y_n)$ トナル (1) ノ解ノ存在範囲ヲ出來ルダケ大キク求メヨウトイフノが目的デアラタ、併シ得ラレタ定理ハ Caractéristiques ノ理論ト常微分方程式ニ関スル比較定理ヲ知ツテヰル者ニトツテハ大シテ目新シクモナイ、コノ種ノ問題ヲ解クニハ、若シ f ニ関シテ二次マデ連續ナ偏導函数ノ存在ヲ假定スルナラバ Caractéristiques ノ理論ト常微分方程式ノ理論トヲ結合スレバヨイデアラウコトハ當然予想サレル事柄デアル。

カタイフ考ヘデ此ノ論文ヲ見直スト定理ノ中ニ出テ来ル komiitta 條件ノ意味モ hakkiri スルシ、定理ノ拡張モ容易デアルコトガ分ル、方針ダケ簡単ニ述ベテ置カウ。

(1) ノ Caractéristiques ノ方程式

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{dy_i}{dx}=-\dfrac{\partial f}{\partial q_i}, \quad \dfrac{dq_i}{dt}=\dfrac{\partial f}{\partial y_i}+\dfrac{\partial f}{\partial z}q_i, \\[2ex] \dfrac{dz}{dx}=f-\sum\dfrac{\partial f}{\partial y_i}q_i, \quad p=f \end{cases}$$

ノ解デ $x=0$ ノ時

$$y_i=v_i,\ z=\omega(v_i,\text{------},v_n),$$
$$q_i=\frac{\partial}{\partial v_i}\omega(v_1,\text{------},v_n)$$

トナルモノヲ

$$(3)\quad \begin{cases} y_i=y_i(x,v_1,\text{------},v_n) \\ z=z(x,v_1,\text{------},v_n) \\ q_i=q_i(x,v_1,\text{------},v_n) \\ p=p(x,v_1,\text{------},v_n) \end{cases}$$

ト書ク。

$$(4)\quad y_i=y_i(x,v_1,\text{------},v_n)$$

ヲ $v_1,\text{------},v_n$ ニ就テ解イテ z ニ代入スレバ求メル解ガ得ラレルカラ、問題ハ (4) カラ $v_1,\text{------},v_n$ ヲ解イテ

$$(5)\quad v_i=v_i(x,y_1,\text{------},y_n)$$

ヲ得タトスレバ、$v_i(x,y_1,\text{------},y_n)$ ガドンナ範囲デ定義サレルカ、言ヒ換ヘルナラバ点 $(v_1,\text{------},v_n)$ ガ或ル

領域Dヲ描クトキ(4)ニヨツテ與ヘラレル点$(y_1, \cdots\cdots, y_n)$

ガドンナ集合E_xヲ描クカトイフコトニナル、(2)カラ

$$dz = p\,dx + q_1\,dy_1 + \cdots\cdots + q_n\,dy_n$$

ヲ得ルカラ(3)ノ最初ノ$n+1$個ノ方程式ハ一ツノ曲面

($n+2$次元ノ空間ニ於ケル$n+1$次元ノ集合体)ヲ表ハシ,

$p, q_1, \cdots\cdots, q_n$ハ其ノ切平面ノ方向係数トナル、從ツテ

(2)ノ解ノ單独性ニヨリ異ル二点$(v_1', \cdots\cdots, v_n')$,$(v_1'', \cdots\cdots, v_n'')$

ニ對シテハ異ナル二点$(y_1', \cdots\cdots, y_n')$,$(y_1'', \cdots\cdots, y_n'')$

ガ對應スル。

故ニ kimatta x ノ値ニ對シテ(4)ハE_xニ於テ解ケル,

即チ(5)ノ右辺ハE_xニ於テ定義サレタ函数デアル、結局

問題ハE_xヲ求メルコトニ帰着スル、若シA_xナル集合ガ

與ヘラレテ居リ,ソレニ對シテ$0 \leqq x \leqq a$デ$A_x \subset E_x$デア

ルコトガ分レバ、求メル解ハ

$$0 \leqq x \leqq a, \quad (y_1, \cdots\cdots, y_n) \in A_x$$

デ存在スル、A_xトシテ

$$\varphi_i(x) \leqq y_i \leqq \psi_i(x), \qquad 0 \leqq x \leqq a$$

ヲ取レバ Ważewski ノ結果ニナル、A_xトシテ

$$\sum |y_i - g_i(x)| \leqq \varphi(x), \qquad 0 \leqq x \leqq a;$$

$$\max\{|y_i - g_i(x)|\} \leqq \varphi(x), \quad 0 \leqq x \leqq a;$$

$$\sqrt{\sum (y_i - g_i(x))^2} \leqq \varphi(x), \quad 0 \leqq x \leqq a$$

等々,モツト一般ニ

$$S_j(x, y_1, \cdots\cdots y_n) \leqq \varphi_j(x) \qquad 0 \leqq x \leqq a$$
$$(j = 1, 2, \cdots\cdots, m)$$

ヲ取ツテモヨイ、其ノトキ $A_x \subset E_x$ トナル條件ヲ求メルコトハ常微分方程式ノ比較定理ノ一ツノ應用ニ過ギナイ。